Методы подобия и размерности в механике 7М05405-Механика и энергетика Лекция 1 Краткий конспект 1

**Лекция №1. Тема: Физические величины и их размерности. Формулы размерности**

При изучении механических явлений вводится ряд понятий, например, скорость, ускорение, напряжение, энергия и т.п., которые характеризуют рассматриваемое явление, и могут быть заданы и определены с помощью чисел.

Величины, численное значение которых зависит от принятых масштабов, т.е от системы единиц измерения, называются *размерными величинами*. Величины, численное значение которых не зависит от применяемой системы единиц измерения, называются *безразмерными величинами*. Длина, время, сила, энергия и т.д. могут служить примерами размерных величин. Углы, отношение двух длин, отношение энергии к моменту силы и т.п. – примеры безразмерных величин.

Размерность записывается символически в виде формулы, в которой символ единицы длины обозначается буквой L, символ единицы массы буквы – M, символ единицы времени буквой – T.

Зависимость единицы измерения производной величины от единиц измерения основных величин может быть представлена в виде формулы. Эта формула называется формулой размерности, и её можно рассматривать как сжатое определение и характеристику физической природы производной величины.

Если единица некоторой величины A имеет размерность *p, q* и *r* относительно единиц длины, массы и времени, то символически это записывают в виде

, (1)

где квадратные скобки, в которых поставлен символ величины A, означает, что речь идет о размерности единицы этой величины, а символы L, M и T представляют собой обобщение единиц длины, массы и времени без указания конкретного размера единицы.

Формула (1) представляет собой формулу размерности единицы данной величины, или, как часто для краткости говорят, размерность данной величины.

Пусть два тело одинаковой массы в течение некоторого времени подвержены действию разных сил. В результате тела пройдут разные пути, зависящие от действующих сил. Обозначим числовые значения сил пройденных путей . Существующие связи между и между запишем в общем виде:

, (2)

Из условия абсолютного значения относительных количеств вытекает, что отношение

не зависит от выбора единиц. Поэтому единицу длины можно увеличить и уменьшить в любое число раз. Уменьшим эту единицу в раз. Соответственно числа, измеряющие пути увеличатся в раз. Таким образом,

=.

Перепишем последнее равенство в виде

= .

Продифференцируем обе части по :

= = . (3)

Так как число берется совершенно произвольно, то (3) должно быть справедливо и при .

В этом случае (3) можно переписать в виде

.

Это равенство должно выполняться при любых L. Таким образом,

,

где – некоторая постоянная величина.

Разделяя переменные и интегрируя, получим

F (l) = .

Если изменить условие задачи и определять числовые значение двух сил, под действом которых два тела разной массы за одно и то же время пройдут одинаковые пути, то, повторяя все рассуждения, получим

F (m) = .

Подобным же образом для двух тел равной массы, прошедших равные пути за разные промежутки времени,

f (t) =

Общую зависимость можно представить в виде

F ( , m, t ) =k (4)

Коэффициент представляет собой число, не зависящее от выбора единиц.

Рассмотрим какую-нибудь производную величину, например, скорость. Выбрав определенные единицы измерения, получим

=

Пусть теперь единицы длины и времени изменяются таким образом, что числа, выражающие и t , увеличиваются: первое в λ раз, а второе в τ раз. Тогда в новых единицах:

,

где штрихами обозначены новые меры величин , t, υ. В этом случае, если мера длины увеличивается в λ раз, а мера времени в τ раз, то мера скорости возрастает в раз. Таким образом размерность скорости определяется из формулы скорости равномерного движения в виде равенства

[υ] = = L. (5)

Размерность ускорения определяется из формулы ускорения равномерно ускоренного движения

[] = = = = L . (6)

Размерность кинетической энергии, определяемой формулой

= ,

будет равна

= [1/2] = m = M . (7)

(Коэффициент 1/2 - величина безразмерная, и поэтому [1/2] = )

По формуле Ньютона (закон динамики)

F =

размерность силы равна

[F] = LM (8)

В дальнейшем, исследуя единицы производных величин, будем обращаться к формулам размерности физических величин